

---

© А.А. ГУБАЙДУЛЛИН, А.Ю. МАКСИМОВ

*timms@tmn.ru, allevella@gmail.com*

УДК 532.685

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАПЛИ НЕФТИ В КАПИЛЛЯРЕ С СУЖЕНИЕМ\***

*АННОТАЦИЯ. Применение внешнего вибрационного воздействия является одним из методов повышения нефтеотдачи пластов. Несмотря на то, что методам вибрационного воздействия на флюидосодержащие пористые среды посвящено большое количество как теоретических, так и экспериментальных работ, ряд вопросов остается открытым. Так, например, механизм мобилизации капель нефти, заземленных в капиллярах пористой среды, остается недостаточно изученным. Для выяснения этого механизма можно использовать математическое моделирование. В качестве математической модели могут быть использованы уравнения гидродинамики. Наряду с этим можно рассмотреть упрощенный подход, при котором выписывается уравнение движения капли под действием постоянного перепада давления и вибрационной силы. В настоящей работе на основе такого подхода численно исследована динамика капли, заземленной в сужении капилляра, при вибрационном воздействии. Вычислены собственные частоты заземленной капли в зависимости от внешнего статического перепада давления. Определена зависимость амплитуды мобилизующего воздействия от его частоты. Проведен анализ влияния на эту амплитуду вязкости капли и формы вибрационной волны.*

*SUMMARY. The use of external vibration impact is one of the methods of enhanced oil recovery. Despite the fact that the methods of the interventions on fluid saturated porous medium have been studied in a large number of both theoretical and experimental works, a number of issues remain open. For example, the mechanism for mobilizing oil droplets, entrapped in the capillaries of the porous medium is still poorly understood. Mathematical modeling can be used to clarify this mechanism. Equations of hydrodynamics can be taken for a mathematical model. Along with this one can consider a simplified approach in which the equation of the droplet motion is issued under a constant pressure gradient and vibration force. In this paper, on the basis of this approach the dynamics of the droplet trapped in a narrowing capillary has been numerically investigated under vibration impact. The eigen frequencies of the droplets have been calculated in dependence on external static pressure difference. Dependence of the amplitude of mobilization impact on its frequency has been defined. The analysis of the effect on this amplitude of the droplet viscosity and of the vibration wave shape has been carried out.*

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Капля нефти, вибрационное воздействие, собственные колебания.*

*KEY WORDS. Droplet of oil, vibratory effect, eigen frequency.*

---

*\* Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (Грант НШ-834.2012.1).*

**Введение.** В последнее время повышенный интерес вызывают методы вибрационного воздействия на флюидосодержащие пористые среды в связи с их экономической целесообразностью при повышении нефтеотдачи нефтяных пластов [1-6]. Применение внешнего вибрационного воздействия на пористую среду является одним из таких методов, но механизм мобилизации капель нефти, защемленных в капиллярах пористой среды, остается недостаточно изученным.

Для выяснения этого механизма можно использовать математическое моделирование. В качестве математической модели могут быть использованы уравнения гидродинамики, реализованные, например, в программном комплексе *ANSYS FLUENT*. Следует заметить, что такой подход потребует больших затрат времени ЭВМ. Наряду с этим можно рассмотреть упрощенный подход, предложенный [7, 8], при котором выписывается уравнение движения капли под действием постоянного перепада давления и вибрационной силы.

В настоящей работе на основе модели [8] разработана методика определения собственных частот колебаний защемленных капель, исследовано влияние формы волны и вязкости нефти на процесс вибрационной мобилизации защемленных капель.

#### Постановка задачи.

Пусть в капилляре с сужением при постоянном перепаде давления находится защемленная капля нефти, окруженная водой. Требуется определить параметры вибрационного воздействия, в результате которого капля преодолеет сужение.

Пусть капилляр, поверхность которого гидрофильная, имеет цилиндрическую форму. Сужение капилляра имеет синусоидальную форму, зависимость радиуса капилляра от продольной координаты задается формулой [7]:

$$r(z) = r_{\max} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} - 1 \right) \left( 1 + \cos \pi \frac{z}{L} \right) \right], \quad (1)$$

где  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  — минимальный и максимальный радиус канала,  $L$  — полупериод (рис. 1).

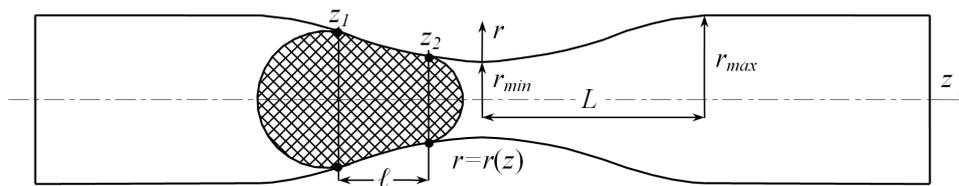


Рис. 1. Геометрия канала с сужением

Жидкость капли несмачивающая, угол кривизны линии контакта капли с поверхностью капилляра нулевой.

Модельное уравнение [8] имеет вид:

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} - \frac{2\sigma}{\rho_{oil}\ell} \left[ \frac{1}{r_i(z_1)\sqrt{1+r_i'^2(z_1)}} - \frac{1}{r_i(z_1+\ell)\sqrt{1+r_i'^2(z_1+\ell)}} \right] + a(t) + \frac{\Delta P_{stat}}{\rho_{oil}\ell} =$$

$$= - \frac{4\mu_{oil}}{\rho_{oil}\bar{r}_c^2} \left[ 1 + \frac{\mu_{oil}}{\mu_w} \frac{dh}{\bar{r}_c} \left( 2 + \frac{dh}{\bar{r}_c} \right) \right] \frac{dz_1}{dt} \quad (2)$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $\rho_{oil}$  — плотность нефти,  $\mu_{oil}$  — вязкость нефти,  $\mu_w$  — вязкость воды,  $\ell$  — протяженность зоны контакта капли с капилляром,  $\Delta P_{stat}$  — статический перепад давления на длине  $\ell$ ,  $dh$  — толщина смачивающей пленки,  $\bar{r}_c \equiv (r_{max} + r_{min})/2$ .

Сила вибрационного воздействия задается формулой:

$$a(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi\nu t), \quad (3)$$

где  $\nu$  — частота,  $t$  — время,  $A_0$  — амплитуда воздействия.

Моделировать вибрационное воздействие можно либо задавая продольное колебательное движение капилляра, либо — периодическое изменение перепада давления. Тогда  $A_0$  в (3) задается формулой:

$$A_0 = \begin{cases} a_0 & \text{- амплитуда ускорения капилляра или} \\ \Delta P_{osc} / \rho_{oil}\ell & \text{- удельный градиент давления} \end{cases}$$

### Результаты расчетов.

*Вычисление собственной частоты колебаний заземленной капли.*

Уравнение (2) позволяет находить собственные частоты  $\omega_{собст}$  колебаний капли, заземленной в поровом канале. Для этого необходимо численно решить уравнение (2) без слагаемых, отвечающих за учет внешней силы вибрационного воздействия и вязкости. Вязкость не влияет на собственную частоту, она определяет затухание колебаний. Опишем подход к нахождению собственной частоты.

Предположим, что капля покоится в заземленном положении. Найдем координаты линий трехфазного контакта  $z_1$  и  $z_2$  (рис. 1). Координату  $z_1$  можно найти из условия равенства статического перепада давления  $\Delta P_{stat}$  и уравновешивающего перепада капиллярного давления  $\Delta P_{cap}$ , рассчитываемого по формуле Лапласа:

$$\Delta P_{stat} = 2\sigma \left( \frac{1}{r_i(z_1)\sqrt{1+r_i'^2(z_1)}} - \frac{1}{r_i(z_1+\ell)\sqrt{1+r_i'^2(z_1+\ell)}} \right). \quad (4)$$

Координата  $z_2$  находится как  $z_2 = z_1 + \ell$  (рис. 1).

Если сместить каплю немного влево, то она начнет совершать продольные колебания. Частоту этих колебаний можно принять за  $\omega_{собст}$ .

Таким образом, нужно решить уравнение (2) при заданном  $\Delta P_{stat}$ , но начальное положение капли сместить немного влево (рис. 1) относительно координат  $z_1$  и  $z_2$ . Решение опишет колебания капли с частотой  $\omega_{собст}$ .

Исследовалась зависимость собственной частоты  $\omega_{собст}$  от перепада  $\Delta P_{stat}$ . В качестве примера на рис. 2 представлена кривая, рассчитанная для значений параметров, использованных в эксперименте [9]:  $L=12.1$  мм,  $r_{max}=4.23$  мм,  $r_{min}=0.12$  мм,  $\ell=11.8$  мм,  $\rho_{oil}=998$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma=0.016$  Н/м,  $dh=0.001 \cdot r_{min}$ ,  $\mu_{oil}=0.44 \cdot 10^{-3}$  Па·с и  $\mu_w=0.001$  Па·с. Статический перепад давления изменялся в пределах от 0 до  $\Delta P_{crit}=259.1$  Па. Перепад  $\Delta P_{crit}$ , при котором капля проходит через сужение, определялся по уравнению (2).

Видно, что зависимость  $\omega_{собст}$  от  $\Delta P_{stat}$  является немонотонной.

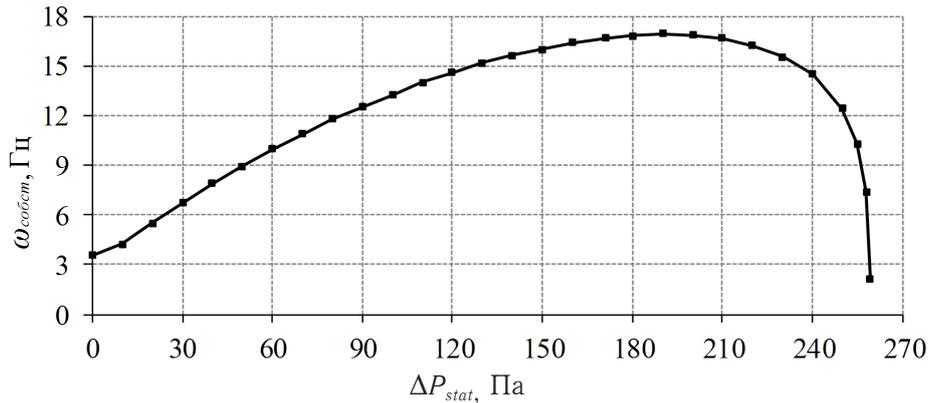


Рис. 2. Зависимость собственной частоты колебаний капли от статического перепада давления

Можно ожидать, что амплитуда вибрационного воздействия, мобилизующего защемленную каплю, будет зависеть от его частоты, при этом минимум амплитуды будет наблюдаться вблизи частоты воздействия, близкой к собственной частоте капли. В качестве иллюстрации результатов численного анализа на рис. 3 показана зависимость амплитуды мобилизующего воздействия от частоты при значениях статического перепада давления  $\Delta P_{stat}=95$  Па и  $\Delta P_{stat}=171$  Па.

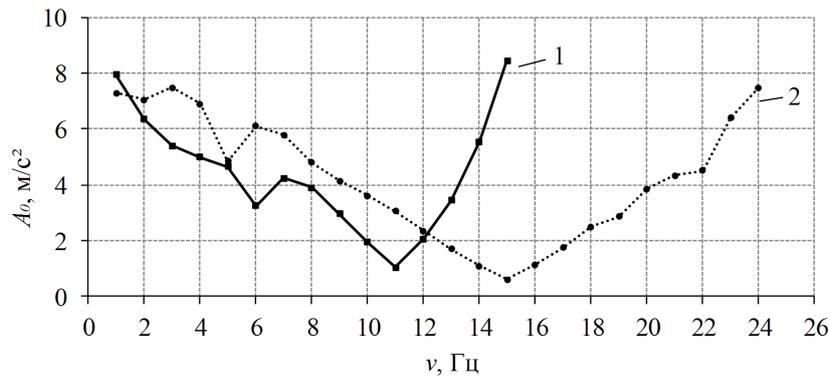


Рис. 3. Зависимость амплитуды мобилизующего воздействия от частоты ( $\Delta P_{stat}=95$  Па — кривая 1,  $\Delta P_{stat}=171$  Па — кривая 2)

Как видно из рис. 3, минимум амплитуды мобилизующего воздействия наблюдается при частоте, равной 11 Гц при  $\Delta P_{stat}=95$  Па и 15 Гц при  $\Delta P_{stat}=171$  Па. Собственная частота колебаний капли (рис. 2) равна 13 Гц и 16,6 Гц при  $\Delta P_{stat}=95$  Па и  $\Delta P_{stat}=171$  Па соответственно. Таким образом, оптимальная частота внешнего вибрационного воздействия близка к частоте свободных колебаний капли при заданном внешнем статическом перепаде давления.

**Влияние вязкости нефти на мобилизацию капли.** Вытеснение нефти из пласта водой является эффективным в условиях, когда вязкость нефти не превышает вязкость воды в 7-10 раз [10]. Исследуем влияние вязкости нефти на процесс вибрационной мобилизации в указанном диапазоне изменения вязкости. Расчеты проводились для значений параметров экспериментов [9] при  $\Delta P_{stat}=171$  Па и частотах  $\nu=10,15,20$  Гц. Частота  $\nu=15$  Гц соответствует минимальной амплитуде мобилизующего воздействия (кривая 2 рис. 3), частоты  $\nu=10$  и 20 Гц находятся в ее окрестности. Полученный результат проиллюстрирован на рис. 4.

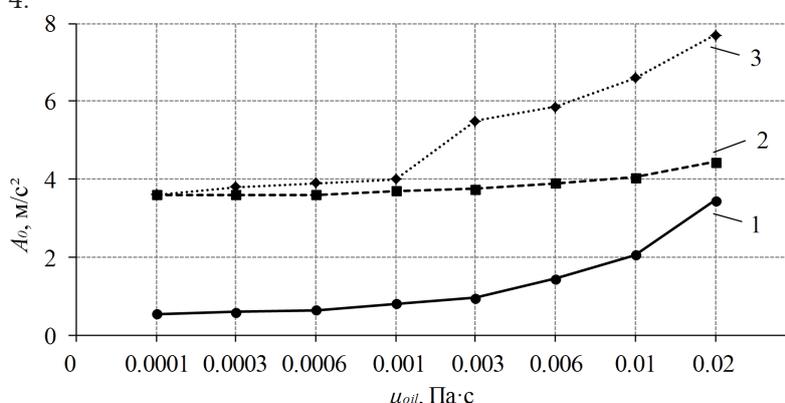


Рис. 4. Зависимость амплитуды мобилизующего воздействия от вязкости нефти для различных частот ( $\nu=15$  Гц — кривая 1,  $\nu=10$  Гц — кривая 2,  $\nu=20$  Гц — кривая 3) при статическом перепаде давления  $\Delta P_{stat}=171$  Па

Из рис. 4 видно, что амплитуда медленно растет с увеличением вязкости, но во всем диапазоне изменения вязкости амплитуда, соответствующая частоте 15 Гц, является минимальной.

**Влияние формы волны на мобилизацию капли.** Исследуем влияние формы волны на процесс мобилизации капли нефти. Рассмотрим четыре вида зависимости  $a(t)$  в уравнении (2), представленные на рис. 5.

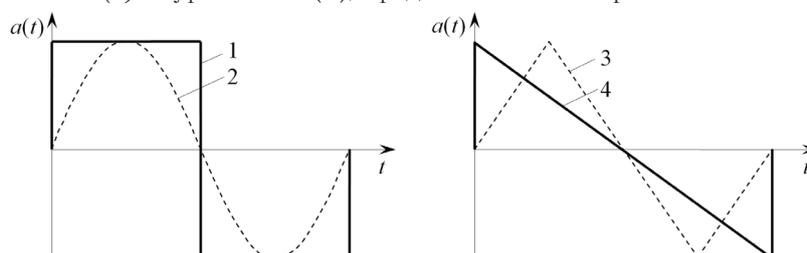


Рис. 5. Формы волны

Решая уравнение (2), рассчитаем зависимости амплитуды мобилизующего воздействия от его частоты для значений параметров кривой 2 рис. 3 и зависимостей  $a(t)$  рис. 5. Полученный результат представлен на рис. 6.

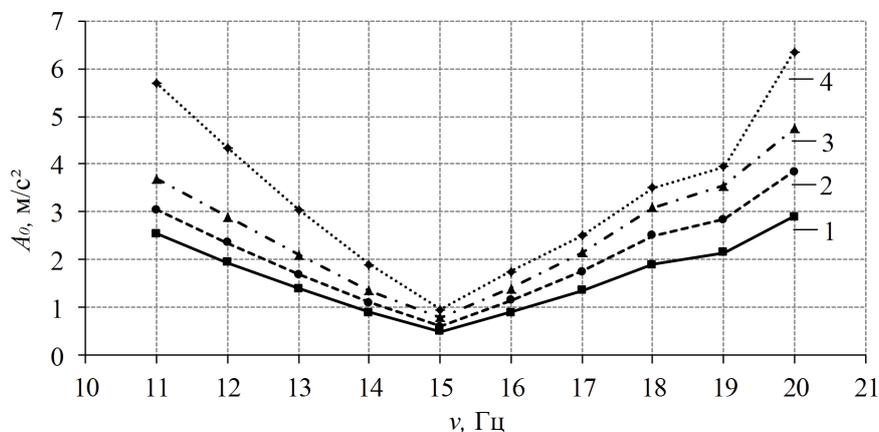


Рис. 6. Зависимость амплитуды мобилизующего воздействия от частоты при различных формах волны (рис. 5)

Как видно из рис. 6 для зависимостей 1-4 рис. 5, использованных в расчете, амплитуда воздействия больше зависит от частоты, чем от формы волны. Заметим, что изменение фазы воздействия, т.е. замена знака «+» на «-» перед  $a(t)$  в уравнении (2), не приводит к заметному изменению поведения кривых 1-4 рис. 6.

**Выводы.** Собственная частота колебаний защемленной капли немонотонно зависит от статического перепада давления.

Амплитуда мобилизующего воздействия является минимальной при его частоте, близкой к собственной частоте колебаний капли. Она медленно растет с увеличением вязкости капли и слабо зависит от формы вибрационной волны.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свалов А.М. Научно-методическое обоснование технологий ударно-волнового воздействия на продуктивные пласты // Нефтяное хозяйство. 1999. № 11. С. 26-27.
2. Симкин Э.М. Физические основы сейсмических и вибросейсмических методов повышения нефтеотдачи // Нефтяное хозяйство. 1999. №7. С. 22-24.
3. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. РХД, 2008. 712 с.
4. Ахметов А.Т., Губайдуллин А.А., Дудко Д.Н. Влияние импульсов давления на фазовую проницаемость природных кернов и особенности их распространения в насыщенных пористых средах // Известия вузов. Нефть и газ. 1999. № 1. С. 30-34.
5. Дыбленко В.П., Камалов Р.Н., Шарифуллин Р.Я., Туфанов И.А. Повышение продуктивности и реанимация скважин с применением виброволнового воздействия. М.: Недра, 2000. 381 с.
6. Губайдуллин А.А., Конев С.А. Вовлечение в фильтрацию остаточной нефти акустическим полем // Вестник Тюменского государственного университета. 2011. № 7. Серия «Физико-математические науки. Информатика». С. 20-24.

7. Beresnev, I. A. Theory of vibratory mobilization of nonwetting fluids entrapped in pore constrictions // *GEOPHYSICS*. 2006. VOL. 71. №.6. Pp. 47-56.
8. Beresnev, I. A., and W. Deng. Viscosity effects in vibratory mobilization of residual oil // *GEOPHYSICS*. 2010. VOL. 75. №4. Pp. 79-85.
9. Beresnev, I., W. Gaul, and R. D. Vigil. Direct pore-level observation of permeability increase in two-phase flow by shaking // *GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS*. 2011. VOL.38. L20302.
10. Желтов Ю.П. Механика нефтегазонасного пласта. М.: Недра, 1975. 216 с.

#### REFERENCES

1. Svalov, A.M. Research methods for technological blow and wavv impact on production reservoirs. *Neftjanoe hozjajstvo — Oil Industry*. 1999. № 11. Pp. 26-27. (in Russian).
2. Simkin, Je.M. Physical grounds for seismic and vibroseismic methods to increase oil recovery. *Neftjanoe hozjajstvo — Oil Industry*. 1999. № 7. Pp. 22-24. (in Russian).
3. Ganiev, R.F., Ukrainskij, L.E. *Nelinejnaja volnovaja mehanika i tehnologii. RHD* [Non-linear wave mechanics and techniques. RCD]. 2008. 712 p. (in Russian).
4. Ahmetov, A.T., Gubajdullin, A.A., Dudko, D.N. Pressure impulse impact on phase permeability of natural samples and features of their distribution in saturated porous media *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz — Izvestiya vuzov. Oil and gas*. 1999. № 1. Pp. 30-34. (in Russian).
5. Dyblenko, V.P., Kamalov, R.N., Sharifullin, R.Ja., Tufanov, I.A. *Povyshenie produktivnosti i reanimacija skvazhin s primeneniem vibrovolnovogo vozdejstvija* [Well production and recovery improvement by vibrowave impact]. М.: Nedra, 2000. 381 p. (in Russian).
6. Gubajdullin, A.A., Konev, S.A. Residual oil involvement in filtration by acoustic field *Vestnik Tjumenskogo gosudarstvennogo universiteta — Tyumen State University Herald*. 2011. № 7. Pp. 20-24. (in Russian).
7. Beresnev, I. A. Theory of vibratory mobilization of nonwetting fluids entrapped in pore constrictions. *GEOPHYSICS*. 2006. Vol. 71. № 6. Pp. 47-56.
8. Beresnev, I. A., and Deng, W. Viscosity effects in vibratory mobilization of residual oil. *GEOPHYSICS*. 2010. Vol. 75. № 4. Pp. 79-85.
9. Beresnev, I., Gaul, W. and Vigil, R.D. Direct pore-level observation of permeability increase in two-phase flow by shaking. *GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS*. 2011. Vol. 38, L20302.
10. Zheltov, Ju.P. *Mehanika neftegazonosnogo plasta* [Oil and gas reservoir mechanics]. М.: Nedra, 1975. 216 p. (in Russian).